

Signály a informace

Přednáška č.12

Modulace amplitudová,
frekvenční a fázová

Připomenutí předchozích přednášek

- Pomocí nástrojů MATLAB lze navrhnout prakticky libovolný filtr FIR a IIR.
- Frekvenční charakteristiku filtru zjistíme pomocí funkce MATLAB – `freqz`.
- Signál na výstupu filtru zjistíme pomocí funkce MATLAB – `filter`.
- Jak tytéž výsledky získat, není-li k dispozici MATLAB?

Výpočty v oblasti číslicových signálů (1)

Příklad – filtr FIR s rovnicí $y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2]$

chceme aplikovat na signály vzorkované 8 kHz

Jaký bude přenos na frekvencích 1 kHz, 2 kHz, atd?

Řešení:

System má komplexní přenos $H(F) = 1 + 2e^{-j2\pi F} + e^{-j4\pi F}$

Abychom zjistili modul a fázi upravíme:

$$H(F) = 1 + 2\cos(2\pi F) - j2\sin(2\pi F) + \cos(4\pi F) - j\sin(4\pi F)$$

$$\begin{aligned} H(F) &= (1 + 2\cos(2\pi F) + \cos(4\pi F)) - j(2\sin(2\pi F) + \sin(4\pi F)) = \\ &= \operatorname{Re}[H(F)] + j\operatorname{Im}[H(F)] \end{aligned}$$

$$\text{Modul: } |H(F)| = \sqrt{\operatorname{Re}[H(F)]^2 + \operatorname{Im}[H(F)]^2} \quad \text{fáze: } \varphi(F) = \arctan \frac{\operatorname{Im}[H(F)]}{\operatorname{Re}[H(F)]}$$

Pro 1 kHz dosadíme za $F = 1/8$, pro 2 kHz $F = 1/4$
a spočítáme hodnoty modulu a fáze.

Výpočty v oblasti číslicových signálů (2)

Příklad – filtr IIR s rovnicí $y[n] = -0.8y[n-1] + 5x[n]$

chceme aplikovat na signály vzorkované 8 kHz

Jaký bude přenos na frekvencích 1 kHz, 2 kHz, atd?

Řešení:

Systém má komplexní přenos $H(F) = \frac{5}{1 + 0.8e^{-j2\pi F}}$

Dosadíme za komplex člen: $H(F) = \frac{5}{1 + 0.8\cos(2\pi F) - j0.8\sin(2\pi F)}$

Abychom mohli určit reálnou a imaginární část $H(F)$, musíme se zbavit imaginární části ve jmenovateli.

Jak? Rozšíříme zlomek o číslo komplexně sdružené vůči jmenovateli. Pak už můžeme postupovat stejně jako u FIR.

$$|H(F)| = \sqrt{\operatorname{Re}[H(F)]^2 + \operatorname{Im}[H(F)]^2} \quad \varphi(F) = \arctan \frac{\operatorname{Im}[H(F)]}{\operatorname{Re}[H(F)]}$$

Výpočty v oblasti číslicových signálů (3)

Určení signálu na výstupu filtru (případně jakéhokoli obecného LTI systému)

V Matlabu bychom použili funkci `filter` (B, A, x**)**

Příklad – filtr FIR s rovnicí $y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2]$
odezvu určíme přímou aplikací diferenční rovnice na daný konečný signál.

Příklad – filtr IIR s rovnicí $y[n] = -0.8y[n-1] + 5x[n]$
odezvu určíme opět přímou aplikací diferenční rovnice na daný konečný signál.

Je ovšem třeba definovat počáteční podmínky (většinou nulové) a kvůli zpětné vazbě výpočet provádět rekurzivně.

Modulace a demodulace signálů

Potřeba modulace

- signály s vyššími frekvencemi se snáze přenáší (antény),
- možnost současného přenosu více signálů (telefon, televize)

Princip modulace

x_i signál nesoucí užitečnou informaci

x_c signál sloužící jako nosný signál („nosná“, angl. carrier)

$$x_c = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi_c)$$

signálem x_i se **moduluje** (ovlivňuje) jeden ze tří

parametrů nosné: A_c , f_c , φ_c

modulace amplitudová,
frekvenční,
fázová

Amplitudová modulace (AM)

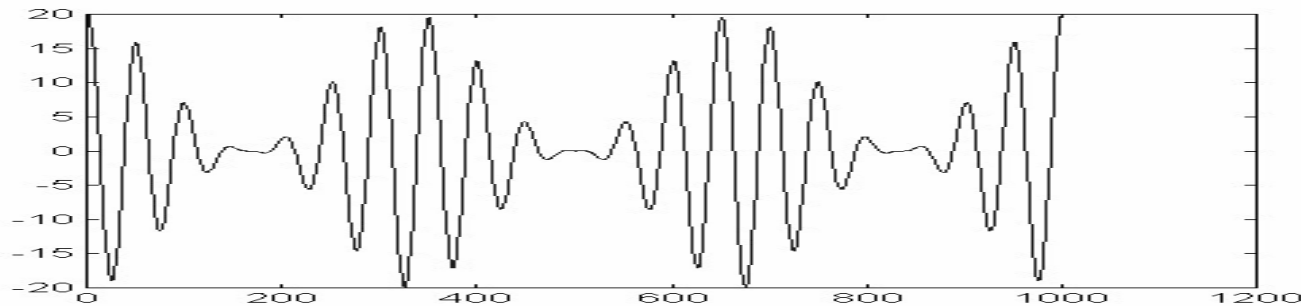
Princip AM – moduluje se amplituda nosné

$$x_m = A_c(1 + \beta x_i) \cos(2\pi f_c t)$$

β ... činitel modulace

signál x_i pak vytváří obálku x_c

Příklad: přenášený signál je kosinusovka



$$x_m = A_c[1 + \beta \cos(2\pi f_i t)] \cos(2\pi f_c t)$$

po úpravě

$$x_m = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{A_c \beta}{2} \cos[2\pi(f_c + f_i)t] + \frac{A_c \beta}{2} \cos[2\pi(f_c - f_i)t]$$

Výsledkem modulace jsou 3 signály:

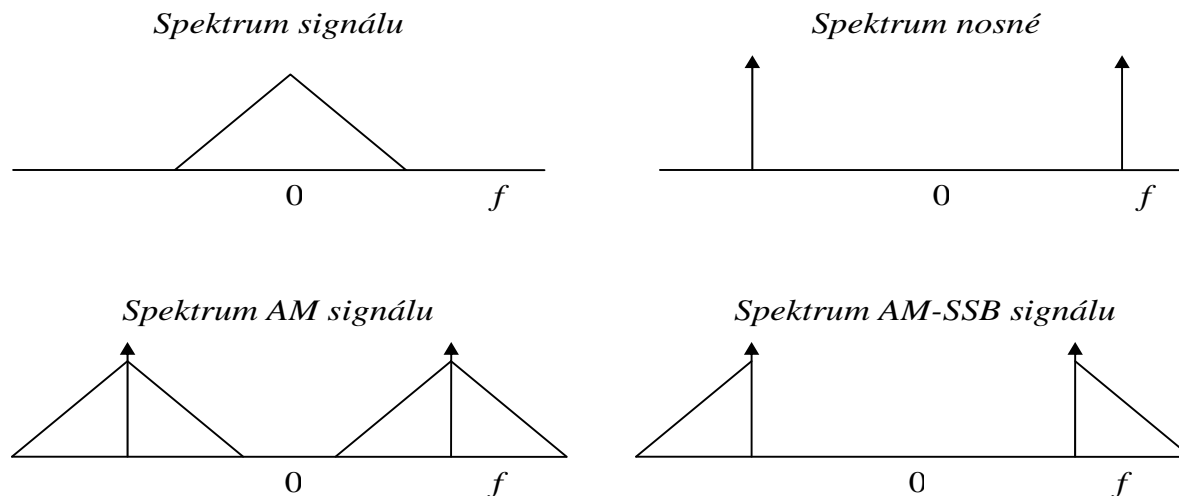
nosná a 2 kosinusovky vzdálené od nosné o f_i

Spektrum amplitudové modulace

Má-li přenášený signál obecné spektrum $X_i(f)$,
pak spektrum modulovaného signálu je:

$$X_m = \frac{A_c}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] + \frac{\beta A_c}{2} [X_i(f + f_c) + X_i(f - f_c)]$$

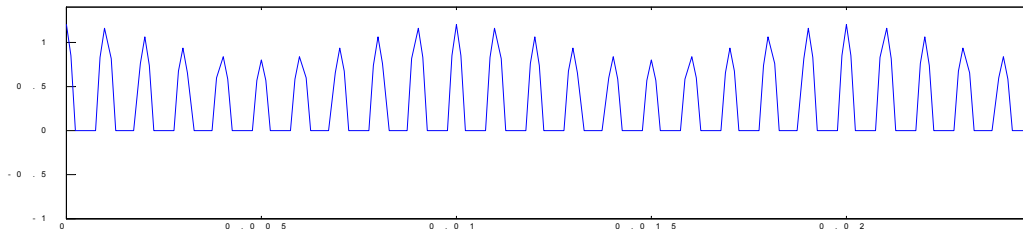
tvoří ho **čarové spektrum** odpovídající nosné a **spektrum přenášeného signálu** vlevo a vpravo od nosné.



Amplitudová demodulace

1. Obálkový detektor (jednocestný usměrňovač - dioda)

Princip: Všechny záporné hodnoty se nahradí nulou a provede se filtrace DP



2. Koherentní detektor (synchronní demodulace)

Princip: Modulace modulovaného signálu toutéž nosnou

$$x_d = x_m \cos(2\pi f_c t) = [A_c + x_i] \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t)$$

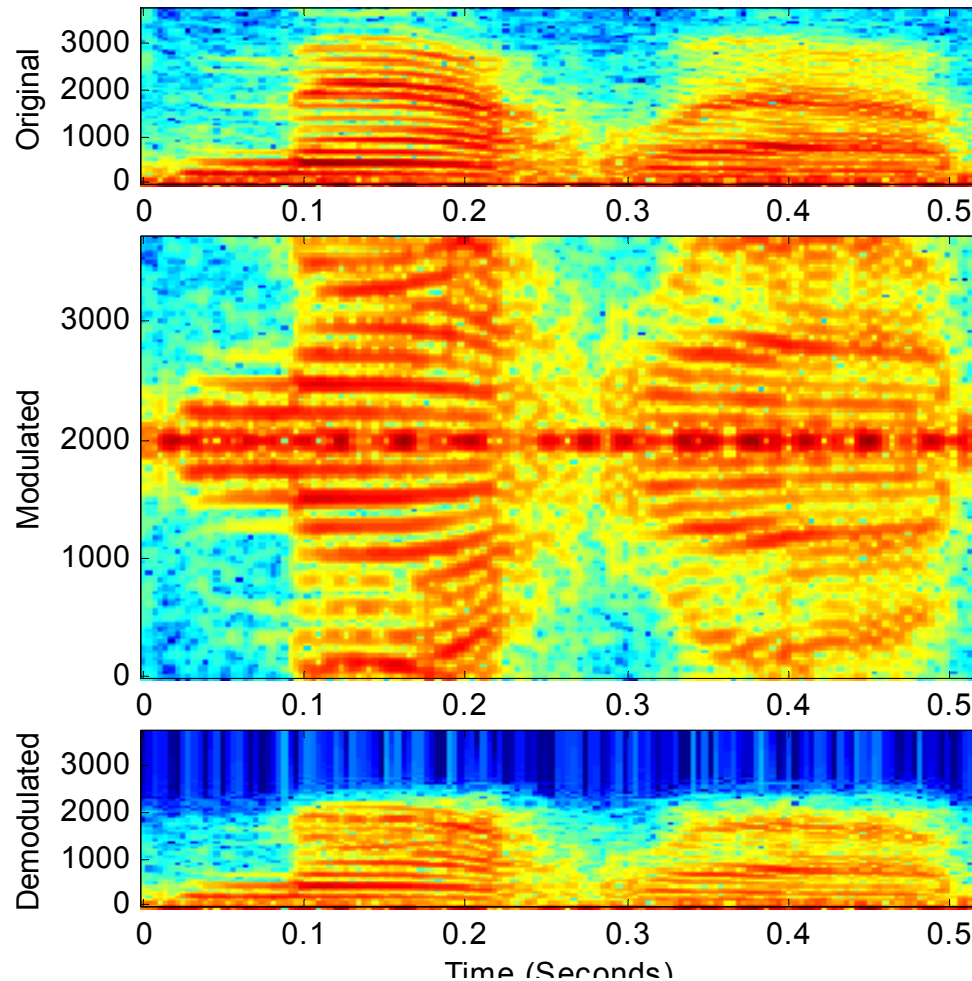
$$x_d = [A_c + x_i] \cos^2(2\pi f_c t) = \frac{1}{2} [A_c + x_i] [1 + \cos(4\pi f_c t)] =$$

$$= \frac{1}{2} [A_c + x_i] + \frac{1}{2} [A_c + x_i] \cos(4\pi f_c t) \quad \cos^2 a = \frac{1}{2} [1 + \cos(2a)]$$

a složka na frekvenci $2f_c$ se odfiltruje DP filtrem

Ukázka AM modulace

Modulace signálu řeči pomocí AM a nosné 2 kHz



specgram ▼

speech ▼

Fc 2000

Fs 7418

☒ AM

☐ AMSSB

☐ FM

☐ PM

Play orig

Play mod

Play demod

Info

Close

Frekvenční a fázová modulace (FM, PM)

Princip – moduluje se frekvence či fáze nosné

FM – frekvenční modulace

$$x_m = A_c \cos[2\pi(f_c + k_f x_i)t] \quad k_f \dots \text{činitel frekv. Modulace}$$

PM – fázová modulace

$$x_m = A_c \cos(2\pi f_c t + k_p x_i) \quad k_p \dots \text{činitel fázové modulace}$$

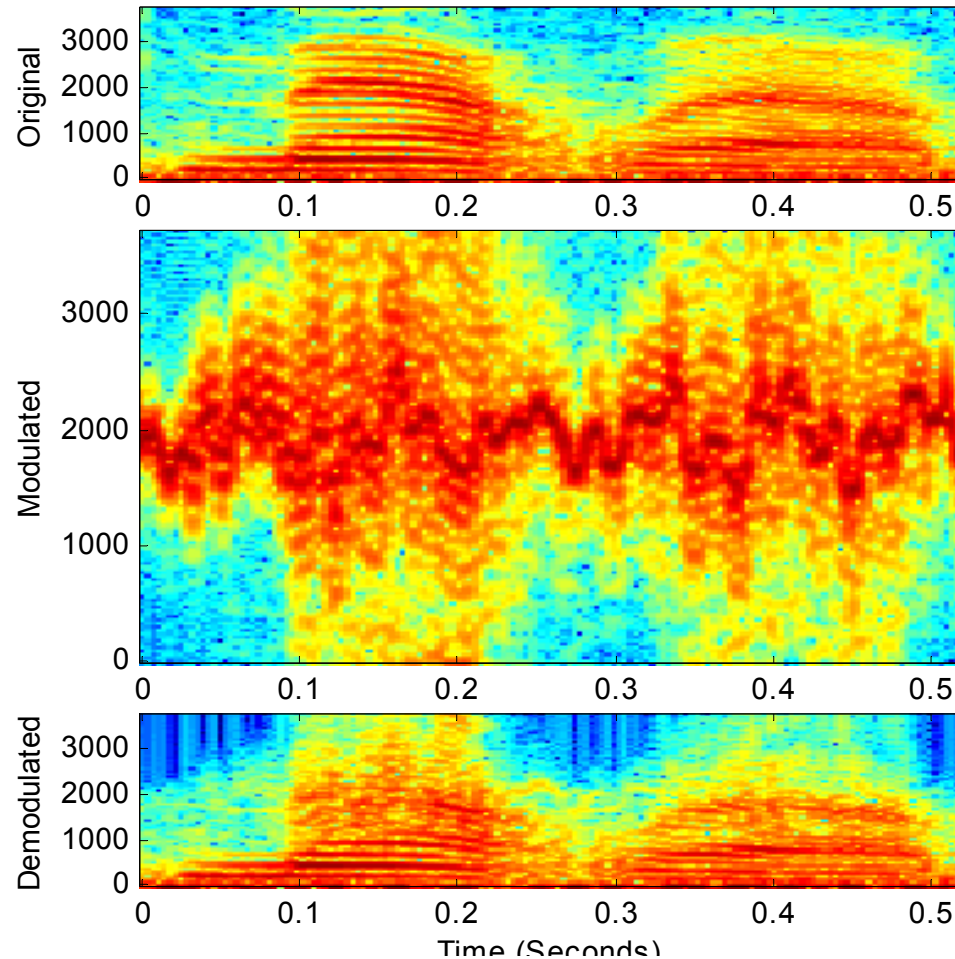
obě modulace ve skutečnosti ovlivňují jak fázi tak i frekvenci

příklad: $x_m = \cos[200\pi t + 0.4 \sin(10\pi t)]$

$$f_c = 100\text{Hz} \quad \pm \Delta f = 2\text{Hz}$$

Ukázka FM modulace

Modulace signálu řeči pomocí FM a nosné 2 kHz



specgram

speech

Fc 2000

Fs 7418

☐ AM

☐ AMSSB

☒ FM

☐ PM

Play orig

Play mod

Play demod

Info

Close

Porovnání AM a FM, PM modulace

1. U AM se mění průběh obálky,
u PM a FM zůstává obálka konstantní
2. U AM je vzdálenost mezi průchody nulou stejná,
u PM a FM se mění
3. FM signál je nelineární funkcí, přenosové pásmo
u FM je mnohem širší než u AM
4. AM je náchylnější na rušení (projevuje se
změnou amplitudy)
5. AM se používá u rozhlasového vysílání na
středních vlnách a u televizního signálu
6. FM se používá u rozhlasového vysílání na VKV

Konec přednášky

Děkuji za pozornost.